

Câu I (Cơ sở Toán cho Kinh tế - 5 điểm).

1. (1,5 điểm) Một hãng sản xuất và kinh doanh độc quyền một loại sản phẩm có hàm cầu là $P = 30 - Q$ và hàm chi phí bình quân $AC = \frac{1}{2}Q + 6 + 7Q^{-1}$ ($Q > 0$), ở đây Q là lượng cầu và P là giá bán (đơn vị tính là triệu VND) một đơn vị sản phẩm.

- Xác định hàm lợi nhuận của hãng theo lượng cầu Q .
- Xác định lượng cầu Q để tối đa hóa lợi nhuận của hãng đó.

2. (1 điểm) Giả sử một doanh nghiệp có hàm đầu tư theo biến thời gian t (tính theo năm) là $I(t) = 340t^{0,7}$ ($t \geq 0$). Hãy xác định quỹ vốn của doanh nghiệp theo thời gian t biết rằng vốn ban đầu của doanh nghiệp là 500 (đơn vị tính là tỷ VND).

3. (1,5 điểm) Một doanh nghiệp sản xuất và kinh doanh độc quyền hai loại sản phẩm với giá bán mỗi đơn vị sản phẩm đó lần lượt là P_1, P_2 (đơn vị tính: triệu VND). Giả sử hàm cầu đối với hai loại hàng hóa đó được cho bởi $P_1 = 200, P_2 = 100$, ở đây Q_1, Q_2 lần lượt là lượng cầu của hai loại sản phẩm đó. Cho biết chi phí của doanh nghiệp là

$$C = C(Q_1, Q_2) = Q_1^2 + Q_2^2 - 600Q_1 - 300Q_2 + 150000; Q_1 > 0, Q_2 > 0.$$

- Xác định hàm lợi nhuận của doanh nghiệp đó theo 2 biến Q_1, Q_2 .
- Xác định mức sản lượng Q_1, Q_2 để tối ưu hóa lợi nhuận của doanh nghiệp đó.

4. (1 điểm) Xét thị trường của hai loại hàng hóa X, Y . Giả sử khi mua tới hàng hóa (x, y) , ở đó x, y lần lượt là lượng đơn vị hàng hóa X, Y (tất nhiên $x \geq 0, y \geq 0$), người tiêu dùng thụ hưởng hàm lợi ích $U = U(x, y) = (x + 6)(y + 12)$. Cho biết hiện tại, giá mỗi đơn vị hàng hóa X, Y lần lượt là $P_1 = 10, P_2 = 5$ (đơn vị tính là USD). Hãy tối ưu hóa lợi ích của người tiêu dùng trong điều kiện ngân sách chi tiêu không đổi 500 USD. Xác định lượng cầu Marshall tương ứng.

Câu II (Thống kê - 5 điểm)

Để nắm thông tin về giá X (triệu đồng/tấn) của một loại nguyên liệu nhập khẩu trong năm nay, một nhà nghiên cứu thu thập một mẫu ngẫu nhiên được tóm tắt trong bảng số liệu sau (n_i là số tuần giá nhập khẩu ở mức x_i)

$X(x_i)$	20	24	27	30	32
Số tuần (n_i)	18	12	8	7	7

- (1 điểm) Tính trung bình mẫu và độ lệch chuẩn mẫu hiệu chỉnh của giá X .
- (1 điểm) Ước lượng trung bình theo tuần của giá X trong năm nay với độ tin cậy 95%.
- (1 điểm) Giá X được gọi là hợp lý nếu nhỏ hơn 25 triệu đồng. Hãy ước lượng tỉ lệ số tuần nguyên liệu này có giá hợp lý với độ tin cậy 90%.
- (1 điểm) Biết rằng năm ngoái, giá trung bình theo tuần của nguyên liệu này là 23,5 triệu đồng. Với mức ý nghĩa 5%, có thể cho rằng giá trung bình theo tuần của nguyên liệu này trong năm nay đã có xu hướng tăng lên so với năm ngoái hay không?
- (1 điểm) Năm ngoái, tỷ lệ số tuần giá ở mức hợp lý là 60%. Với mức ý nghĩa 1%, có thể cho rằng năm nay tỷ lệ số tuần giá ở mức hợp lý đã có xu hướng giảm xuống so với năm ngoái hay không?

Cho biết một số giá trị của hàm Laplace φ như sau:

$$\varphi(1,96) = 0,475; \varphi(1,65) = 0,450; \varphi(2,58) = 0,495; \varphi(2,33) = 0,49.$$